

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
2015/2016 Academic Session

December 2015 / January 2016

**EEE 453 – CONTROL SYSTEM DESIGN**  
**[REKABENTUK SISTEM KAWALAN]**

*Duration 3 hours*  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of **EIGHTEEN (18)** pages of printed material before you begin the examination. This examination paper consist of two versions, The English version and Malay version. The English version from page **TWO (2)** to page **NINE (9)** and Malay version from page **TEN (10)** to page **EIGHTEEN (18)**.

*Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN BELAS (18)** muka surat bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini. Kertas peperiksaan ini mengandungi dua versi, versi Bahasa Inggeris dan Bahasa Melayu. Versi Bahasa Inggeris daripada muka surat **DUA (2)** sehingga muka surat **SEMBILAN (9)** dan versi Bahasa Melayu daripada muka surat **SEPULUH (10)** sehingga muka surat **LAPAN BELAS (18)**.*

**Instructions:** This question paper consists **SIX (6)** questions. Answer **FIVE (5)** questions. All questions carry the same marks.

**[Arahan:** Kertas soalan ini mengandungi **ENAM (6)** soalan. Jawab **LIMA (5)** soalan. Semua soalan membawa jumlah markah yang sama]

Answer to any question must start on a new page.

*[Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru]*

“In the event of any discrepancies, the English version shall be used”.

***[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai]***

## ENGLISH VERSION

1. The students are required to make selections of DC motors available at the School of Electrical and Electronics Engineering, Universiti Sains Malaysia for the Two-Wheel Balancing Robot project. To do this, the students need to carry out an investigation on which of the DC motors provide satisfactory transient as well as steady-state performance. They can do this by designing a phase-lag controller to control the DC motor to give a satisfactory **steady-state response**. Note that, phase-lag controller will not affect the transient performance of the DC motor significantly.

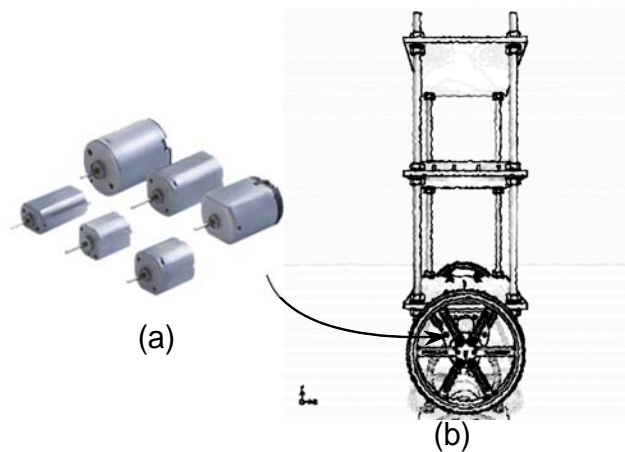


Figure 1.1 (a) DC motors to be selected for the (b) two wheel balancing robot's actuators.

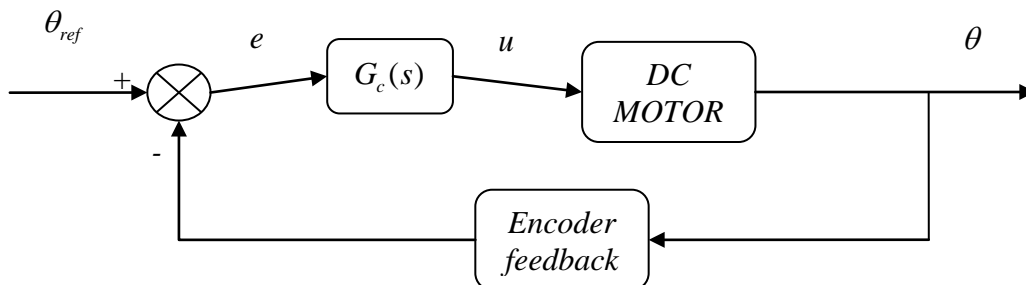


Figure 1.2 DC motor control system with phase-lag compensator to be used for motor investigation.

- (a) Design a phase lag controller  $G_c(s)$  which will yield error requirement of  $K_v=10$  and the phase margin of at least  $45^\circ$  if the DC motor transfer function is given as

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

Assume that the encoder feedback gain is unity.

(60 marks)

- (b) Show on the drawn bode plot the **new gain margin** and **new phase margin** after the phase lag compensation.

(25 marks)

- (c) After all the DC motors has been satisfied its steady-state performance, now it is turn to select DC motors that suit best for the two-wheel balancing robot project, i.e. which can balance the robot responsively.

- (i) Compute the steady-state error for the compensated system to prove that the stead-state performance has been satisfied.

(5 marks)

- (ii) How can the transient response of the system be improved? Why?

(10 marks)

2. (a) The state-space model of an inverted pendulum( a model we assume for two-wheel balancing robot) is given by

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}u$$

$$y = \mathbf{C}\vec{x} + \mathbf{D}u$$

If  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$  and  $\mathbf{C} = [4 \ 5 \ 1]$ , is the system observable?

(25 marks)

- (b) Consider the system with the following state equations

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + u$$

where  $x_1, x_2$  are state variables and  $u$  is the input. Investigate whether the system is controllable.

(30 marks)

- (c) Convert the following transfer function of a plant into a State-Space representation using **Observer Canonical Form**. Show all the steps including the signal flow graph construction.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 7s + 2}{s^3 + 9s^2 + 26s + 24}$$

(45 marks)

3. Consider a two-wheel balancing robot modeled as an inverted pendulum shown in Figure 3. The state variable model representing the inverted pendulum on a moving wheel is given in eq. (3)

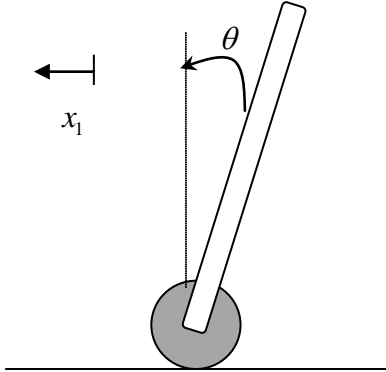


Figure 3. Two-wheel balancing robot represented an inverted pendulum

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1237 \\ 0 \\ -1.2621 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}$$

(eq. 3)

where  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ ,  $x_1$  is the robot's position,  $x_2$  is the robot's velocity,  $x_3$  is the pendulum angular position and  $x_4$  is the pendulum angular rate and  $u$  is the control input actuating the robot. Assume that we have only a sensor to measure the position of the robot,  $x_1$  as represented by the output equation  $y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x}$ . The desired performance criteria for the balancing robot is to achieve a settling time less than 10 seconds with low overshoot, i.e. select  $\zeta = 0.8, \omega_n = 0.5$ .

- (a) Design the full-state feedback control law for the system above.

(50 marks)

- (b) Design the observer for the system above. (50 marks)

4. (a) Describe the terms

- (i) System Identification (SI)
- (ii) Least Square Error (LSE)

(15 marks)

- (b) An identification experiment is performed on a process, see Figure 4. According to physical knowledge of the process it makes sense to assume that a model of it will have the form shown in eqn. 4.1, where  $\{w_k\}$  is assumed to be white noise with unknown variance.

$$y_k + ay_{k-2} = bu_{k-1} + w_k$$

eqn. (4.1)

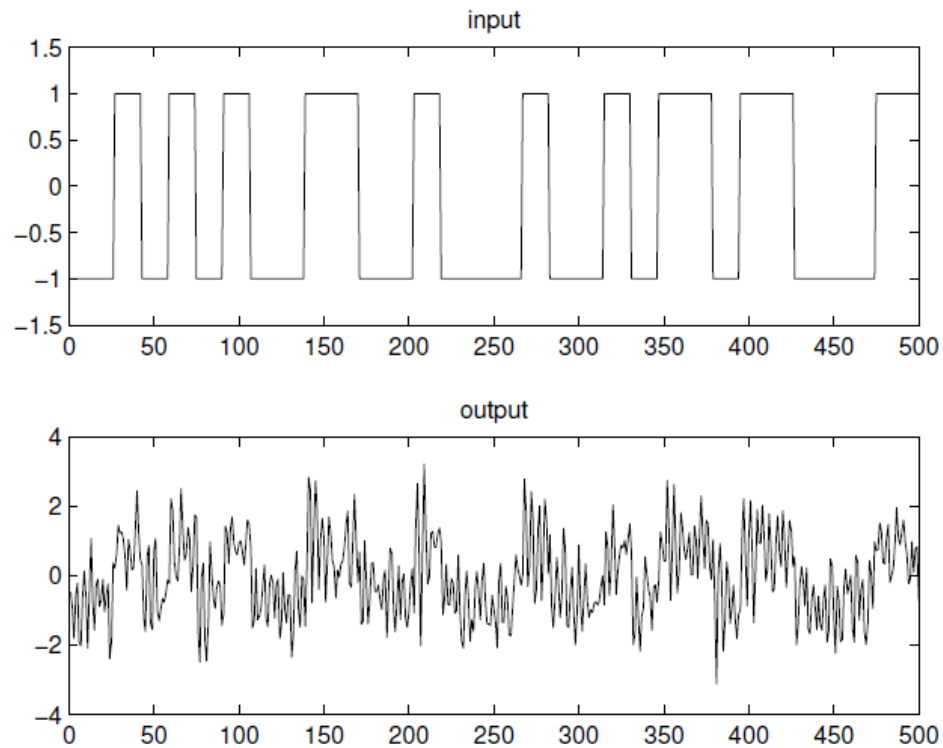


Figure 4. Input-Output Data

- (i) The input signal used in this experiment was a pseudorandom binary sequence. Discuss why this choice of input is a good choice in general.  
(20 marks)
- (ii) Calculate a least-squares estimate of the parameters  $a$  and  $b$ , also calculate an estimate of the noise variance. The following partial results might help you in the calculations, the number of samples is  $N = 500$ .  
(45 marks)

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{N-2} y_k &= -32.48 & \sum_{k=1}^{N-2} y_k^2 &= 691.88 \\ \sum_{k=2}^{N-1} y_{k+1}^2 &= 690.65 & \sum_{k=2}^{N-1} y_{k+1}y_k &= 325.16 \\ \sum_{k=1}^{N-2} y_{k+2}y_k &= -17.10 & \sum_{k=1}^{N-2} y_k u_{k+1} &= 341.98 \\ \sum_{k=1}^{N-2} y_k u_{k+2} &= 310.81 & \sum_{k=2}^{N-1} y_{k+1}u_k &= 380.46 \\ \sum_{k=2}^{N-1} u_k &= -64.00 & \sum_{k=2}^{N-1} u_k^2 &= 498.00 \end{aligned}$$

- (c) After a model has been identified it has to be validated in some way, to assure that it fulfills the modelling requirements. There are several tests which can be used for model validation. Mention one limitation to each one of the following test methods.
- (i) Residual analysis.
- (ii) Coherence spectrum.

(20 marks)

...8/-

5. (a) Describe the term “Direct” and “Indirect” identification in relation to System Identification techniques.

(30 marks)

- (b) Closed-loop identification is sometimes necessary, for example in cases where the plant is unstable or when using operational data records from plants in production. Assume that we have performed indirect identification and obtained the following closedloop model.

$$G_{cl}(s) = \frac{(s + 1)(s + 3)}{(s + 2)(s + 3)(s + 4) + 1}$$

Figure 5 shows the configuration of system that we have identified. We know the controller which has been used in the experiment

$$G_C(s) = \frac{1}{s + 3}$$

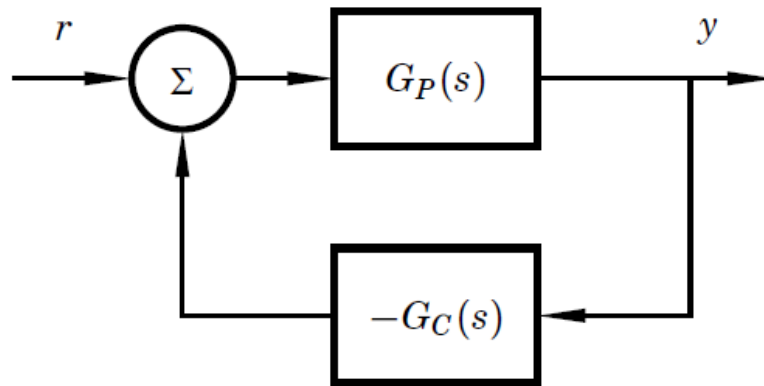


Figure 5. System configuration.

- (i) Find a model for the process  $G_P(s)$

(50 marks)



- (ii) Discuss the main possible transfer function estimation problem associated with indirect identification.

(20 marks)

6. (a) Consider the simple mechanical model

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = u + w, \quad s(0) = 1, \quad \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=0} = -1$$

with an impulse-like disturbance  $w = 1 \cdot \delta(t)$ . The goal is to design a stabilizing force  $u$ , under assumption that both the position  $s$  and the velocity  $\dot{s}$  are measurable, that minimizes the performance index

$$\Phi\{u\} = \int_0^\infty (s^2 + \eta \dot{s}^2) dt, \quad \eta > 0.$$

Derive the appropriate Riccati equation assuming that the state vector is  $x = \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \end{bmatrix}^T$

(50 marks)

- (b) Consider the system

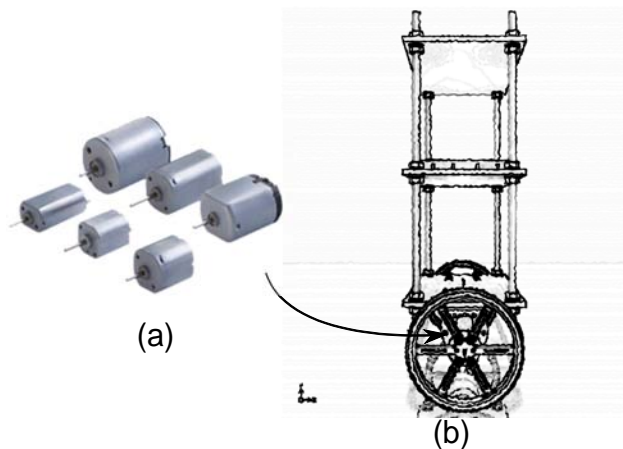
$$\frac{d^2 y}{dt^2} = u + w$$

Using any suitable, find a stabilizing feedback controller  $u = K(\cdot) y$  that achieves  $y \rightarrow 0$  as  $t \rightarrow \infty$  in the case when  $w \equiv 0$ .

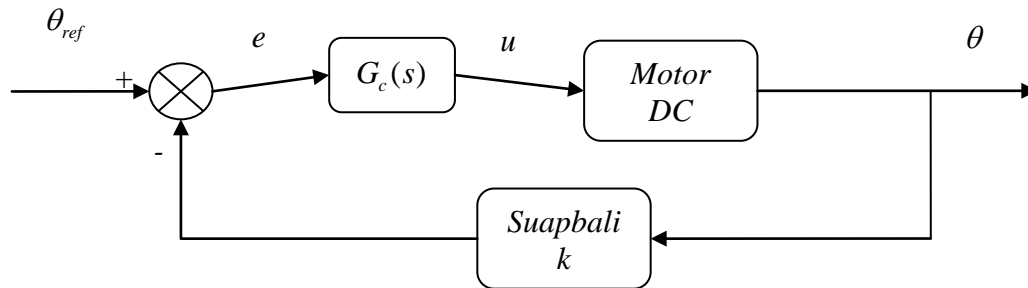
(50 marks)

### VERSI BAHASA MELAYU

1. Pelajar-pelajar perlu membuat pilihan motor DC yang terdapat di Pusat Pengajian Kejuruteraan Elektrik dan Elektronik, USM untuk membangunkan sebuah projek robot mengimbang dua-roda. Untuk membangunkan projek ini, pelajar membuat kajian terhadap motor-motor yang dibekalkan bagi mengenalpasti motor yang mempunyai prestasi sambutan fana dan sambutan mantap yang memuaskan. Mereka boleh merekabentuk sebuah pengawal mengekor untuk mengawal motor DC untuk menghasilkan **sambutan mantap** yang memuaskan. Untuk perhatian, sambutan pengawal tidak menjejaskan prestasi sambutan fana motor DC yang dikaji.



Rajah 1.1 (a) Motor-motor DC yang akan dipilih untuk (b) penggerak robot mengimbang dua-roda



Rajah 1.2 Sistem Kawalan motor DC dengan pemampas mengekor yang digunakan dalam kajian motor.

- (a) Rekabentuk sebuah pengawal mengekor  $G_c(s)$  yang akan menghasilkan keperluan ralat  $K_v=10$  dan jidar gandaan sekurang-kurang  $45^\circ$  sekiranya rangkap pindah motor DC diberi

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+1)}$$

Andaikan gandaan suapbalik pengekod adalan satu.

(60 markah)

- (b) Pamerkan pada lakaran bode yang dilukis **jidar gandaan baru** dan **jidar fasa baru** selepas motor DC dikawal oleh pengawal mengekor yang telah direkabentuk.

(25 markah)

(c) Setelah motor DC dikawal untuk memenuhi prestasi sambutan mantap, tiba masanya untuk memilih motor DC yang paling sesuai digunakan untuk projek robot mengimbang dua roda, i.e. yang boleh mengimbang robot secara responsive.

(i) Kirakan ralat keadaan mantap bagi sistem yang telah dimampas bagi membuktikan bahawa prestasi keadaan mantap telah dipenuhi.

(5 markah)

(ii) Bagaimana sambutan fana sistem ini diperbaiki? Kenapa?

(10 markah)

2. (a) Model ruang-keadaan sebuah pendulum terbalik (sebuah model yang diandaikan bagi sebuah robot mengimbang dua-roda) diberi oleh

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}u$$

$$y = \mathbf{C}\vec{x} + \mathbf{D}u$$

Sekiranya  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & -11 & -6 \end{bmatrix}$  dan  $\mathbf{C} = [4 \ 5 \ 1]$ , adakah sistem boleh dicerap?

(25 markah)

(c) Pertimbangkan sebuah sistem yang mempunyai persamaan keadaan berikut:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + u$$

di mana  $x_1, x_2$  adalah pemalar keadaan dan  $u$  adalah masukan. Kaji sekiranya sistem ini boleh dikawal.

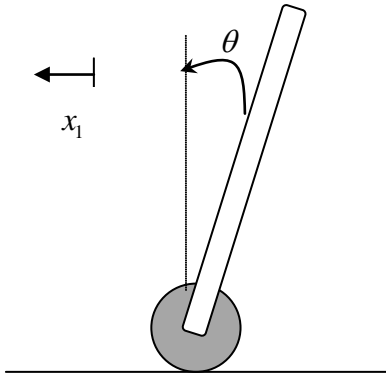
(30 markah)

- (d) Tukarkan rangkap pindah sebuah loji kepada perwakilan ruang-keadaan menggunakan Bentuk Kanonikal Pencerap. Tunjukkan kesemua jalan kira termasuk lakaran graf aliran isyarat.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 7s + 2}{s^3 + 9s^2 + 26s + 24}$$

(45 markah)

3. Pertimbangkan sebuah robot mengimbang dua-roda dimodelkan sebagai pendulum terbalik seperti dipamerkan di Rajah 3. Model pemalar keadaan mewakili pendulum terbalik dipasangkan pada roda yang bergerak diberi dalam persamaan (3).



Rajah 3. Robot mengimbang dua-roda diwakili oleh pendulum terbalik.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ \frac{-1}{Ml} \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1237 \\ 0 \\ -1.2621 \end{bmatrix} u \quad (\text{eq. 3})$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}$$

di mana  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ ,  $x_1$  adalah kedudukan robot,  $x_2$  halaju robot,  $x_3$  adalah kedudukan sudut pendulum dan  $x_4$  adalah kadar sudut pendulum dan  $u$  adalah masukan kawalan yang menggerakkan robot. Andaikan anda hanya mempunyai satu penderia untuk mengukur kedudukan robot  $x_1$  seperti yang ditunjukkan oleh persamaan keluaran,  $y = [1 \ 0 \ 0 \ 0]\mathbf{x}$ . Kriteria prestasi yang diperlukan untuk mengimbangi robot adalah untuk mencapai masa pengenapan kurang dari 10 saat dengan lajukan yang rendah, i.e. pilih  $\zeta = 0.8, \omega_n = 0.5$ .

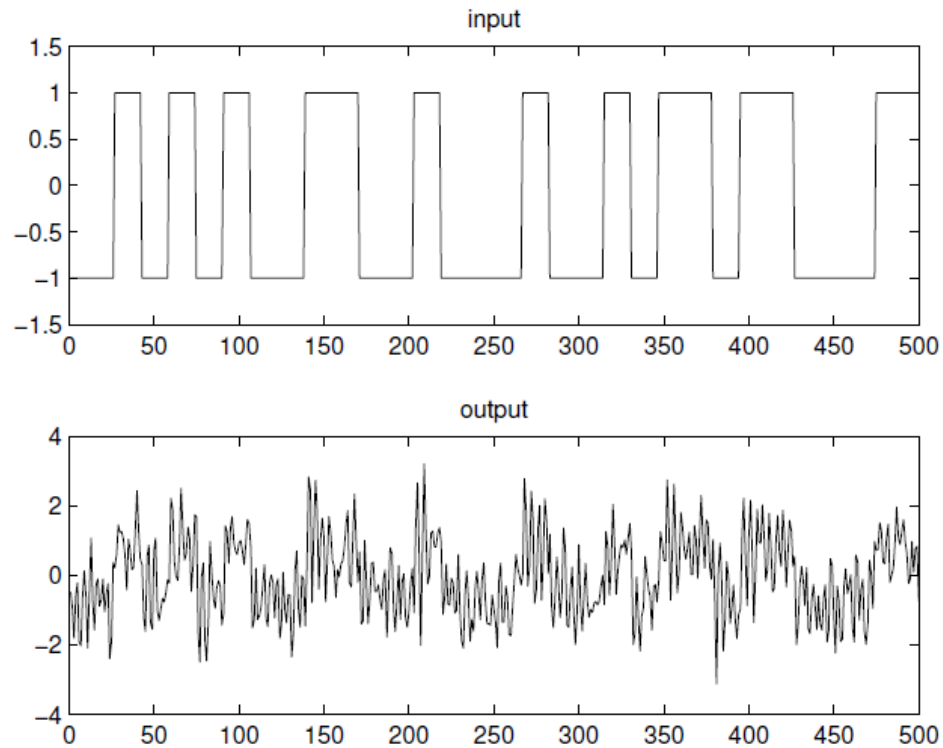
- (a) Rekabentuk satu pengawal suapbalik keadaan penuh bagi sistem di atas. (50 markah)
- (b) Rekabentuk satu pencerap bagi sistem di atas. (50 markah)

4. (a) Jelaskan maksud terma-terma berikut

- (i) Pengenalpastian Sistem (SI)
- (ii) Ralat kuasa dua terkecil (LSE) (15 markah)

- (b) Sebuah eksperimen pengenalanpastian telah dilakukan terhadap satu proses seperti di dalam Rajah 4. Menurut pengetahuan fizikal proses berkaitan, adalah menjadi suatu yang diterima untuk mengandaikan model proses itu adalah seperti yang ditunjukkan oleh eqn 4.1, di mana  $\{\omega_k\}$  dianggap sebagai hingar putih dengan varians yang tidak diketahui.

$$y_k + ay_{k-2} = bu_{k-1} + w_k \quad \text{eqn. (4.1)}$$



Rajah 4. Data Input-Output

- (i) Isyarat input yang digunakan di dalam eksperimen ini adalah jenis turutan binari pseudo-rawak. Bincangkan mengapa input yang dipilih ini adalah baik secara umumnya.

(20 markah)

- (ii) Tentukan anggaran kuasa dua terkecil bagi parameter-parameter  $a$  dan  $b$ , juga kira anggaran varians hingar. Sebahagian hasilan pengiraan yang diberikan di bawah dapat membantu untuk menyelesaikan kiraan anda. Bilang sampel,  $N = 500$ .

(45 markah)

$$\sum_{k=1}^{N-2} y_k = -32.48$$

$$\sum_{k=2}^{N-1} y_{k+1}^2 = 690.65$$

$$\sum_{k=1}^{N-2} y_{k+2} y_k = -17.10$$

$$\sum_{k=1}^{N-2} y_k u_{k+2} = 310.81$$

$$\sum_{k=2}^{N-1} u_k = -64.00$$

$$\sum_{k=1}^{N-2} y_k^2 = 691.88$$

$$\sum_{k=2}^{N-1} y_{k+1} y_k = 325.16$$

$$\sum_{k=1}^{N-2} y_k u_{k+1} = 341.98$$

$$\sum_{k=2}^{N-1} y_{k+1} u_k = 380.46$$

$$\sum_{k=2}^{N-1} u_k^2 = 498.00$$

- (c) Selepas model berkaitan telah dikenalpasti, ia mesti ditentukan dengan kaedah tertentu. Ini akan memastikan ia bertepatan dengan keperluan pemodelan. Ada beberapa kaedah pengujian yang boleh digunakan untuk menentukan model. Nyatakan satu kekangan bagi setiap satu kaedah pengujian berikut.

- (i) Analisa baki
- (ii) Spektrum jelas

(20 markah)



5. (a) Huraikan terma pengenalpastian jenis langsung dan tidak langsung yang berkait dengan teknik-teknik pengenalpastian sistem (SI).

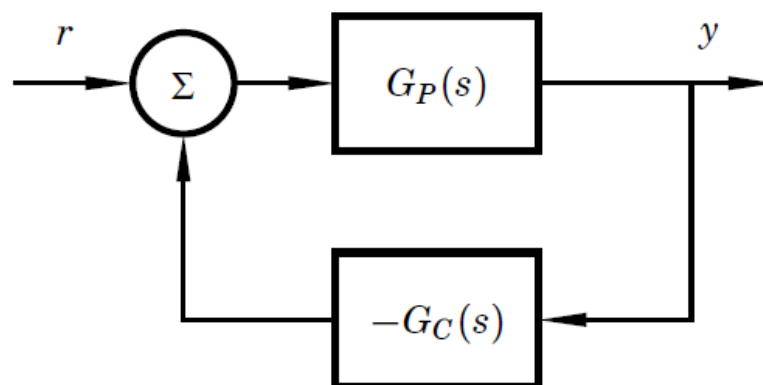
(30 markah)

- (b) Pengenalpastian gelung tertutup kadangkala diperlukan, sebagai contoh untuk kes di mana loji adalah tidak stabil atau apabila menggunakan rekod data operasi daripada keluaran loji. Kita melakukan andaian bahawa pengenalpastian tidak langsung telah dilaksanakan dan model gelung tertutup seperti berikut diperoleh.

$$G_{cl}(s) = \frac{(s+1)(s+3)}{(s+2)(s+3)(s+4) + 1}$$

Rajah 5 menunjukkan konfigurasi sistem yang telah dikenalpasti. Kita juga telah mengetahui bahawa pengawal yang telah digunakan didalam eksperimen ini adalah

$$G_C(s) = \frac{1}{s+3}$$



Rajah 5. Konfigurasi sistem.

- (i) Tentukan model bagi proses  $\mathbf{G}_{p(s)}$  (50 markah)
- (ii) Bincangkan kemungkinan masalah utama anggaran fungsi pindah yang berkait dengan pengenapastian tidak langsung. (20 markah)

6. (a) Pertimbangkan satu model mekanikal yang ringkas seperti berikut

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = u + w, \quad s(0) = 1, \quad \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=0} = -1$$

dengan gangguan seperti impuls  $w = 1 \cdot \delta(t)$ . Matlamatnya adalah untuk merekabentuk satu daya penstabil  $u$ , dengan andaian bahawa kedua-dua nilai kedudukan  $s$  dan halaju  $\dot{s}$  adalah boleh diukur, yang meminimakan index prestasi

$$\Phi\{u\} = \int_0^\infty (s^2 + \eta u^2) dt, \quad \eta > 0.$$

Terbitkan persamaan anggaran Riccati dengan andaian bahawa vektor keadaan adalah  $x = \begin{bmatrix} s \\ \dot{s} \end{bmatrix}^T$

(50 markah)

- (b) Pertimbangkan satu sistem

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = u + w$$

Dengan menggunakan apa sahaja kaedah yang sesuai, tentukan pengawal penstabil suapbalik  $u = K(\cdot)y$  yang membolehkan  $y \rightarrow 0$  apabila  $t \rightarrow \infty$  bagi kes  $w \equiv 0$ .

(50 markah)